

A deviza/forint devizaswap-piac topológiája*

Banai Ádám – Kollarik András – Szabó-Solticzky András

Tanulmányunkban a magyar GDP többszörösét kitevő forgalmú devizaswap-piac hálózati szerkezetét vizsgáltuk meg hálózatelméleti eszközökkel, azzal a céllal, hogy az egynapos piac eredményeit kiegészítve, teljes képet kapjunk a piacról, hosszabb idősort vizsgálva. Megnéztük a különböző futamidejű részpiacok gráfjainak tulajdonságait. Láthattuk, hogy a teljes piacból képzett gráf tulajdonságai, azok dinamikája megegyezik az egynapos piaccal, a különböző hosszúságú ügyleteknél azonban eltérőek voltak a trendek. A futamidő emelkedésével egyre kevésbé volt igaz a kisvilág tulajdonság a gráfokra. A leghosszabb piacok már egyre közelebb voltak a véletlen gráfokhoz. Ezekben a gráfokban a nagy szereplőket érintő sokk hatása ugyan kisebb, de ez a változás arra is utal, hogy a hosszabb ügyleteknél egyre kevésbé bíztak meg egymásban a partnerek. Ezt erősíti meg az a tény is, hogy különösen a válság kezdetétől a hosszabb piacok hálózataiban egyre kevesebb csúcs volt összefüggő. Vagyis a bizalom csökkenése a csökkenő partnerszámban is megmutatkozott. Az átlagos fokszám, az átlagos úthossz alakulása és az affinitás függvények ugyancsak alátámasztották ezt.

Journal of Economic Literature (JEL) kódok: G01, G15, C45

Kulcsszavak: pénzügyi hálózatok, FX-swap, pénzügyi válság, topológia, centralitás-indexek

1. Bevezetés és irodalmi előzmények

A 2007-ben elinduló világgazdasági válság Magyarországon a Lehman-csőd utáni pénzügyi összeomlással vált igazán súlyossá. 2008 októberében, néhány héttel az amerikai problémák eszkalálódását jelentő bankcsőd után a legfontosabb hazai pénzpiacok is működésképtelenné váltak. Az állampapírpia, a fedezetlen bankközi forintpiac és a devizaswap-piac egyaránt megbénult néhány napra, ami súlyosan érintette a bankrendszert is. A devizaswapok folyamatos megújítása szükséges a bankok számára a mérlegen belüli nyitott pozíció mérlegen kívüli zárásához. Ha a lejáró swapokat nem lettek volna képesek megújítani, akkor a kötelezettségeik

* Jelen cikk a szerző nézeteit tartalmazza, és nem feltétlenül tükrözi a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

Banai Ádám az Magyar Nemzeti Bank Alkalmazott kutatás és stresszteszt főosztály vezetője. E-mail: banaia@mnb.hu. Kollarik András a Magyar Nemzeti Bank Pénzügyi eszköztár és tartalékstratégia főosztályának közgazdasági elemzője. E-mail: kollarika@mnb.hu.

Szabó-Solticzky András az Eötvös Loránd Tudományegyetem Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszékének doktorandusza. E-mail: szabosolticzky@gmail.com.

teljesítéséhez kénytelenek lettek volna a spot-piacon beszerezni a devizát, ami hatalmas nyomást helyezett volna a forint árfolyamára. A swap-piaci problémák kezelésében fontos szerepe volt az anyabanki elkötelezettségnek, emellett szükség volt arra is, hogy a Magyar Nemzeti Bank új swap-eszközöket is bevezessen.

A válság ezen epizódja is jól mutatta, hogy az FX-swap piac működése kiemelten fontos a hazai pénzügyi közvetítés számára. A hazai bankok részben a devizaswap-ügyleteken keresztül jutnak devizaforráshoz, ami nélkülözhetetlen a jelentős devizahitel-állomány miatt kialakult nyitott pozíció zárásához. A külföldi szereplők ugyancsak igen aktívak ezen a piacon. FX-swapokon keresztül vesznek fel határidős pozíciókat, illetve sok esetben a forint eszközeik árfolyamkockázatát is itt fedezik. Az FX-swap piac a monetáris politika szempontjából is kiemelt figyelmet érdemel. A piac működésében bekövetkező zavarok jelentősen mérsékelhetik a forint implikált hozamokat, így olcsóbbá válik a forint elleni spekuláció.

A hazai devizaswap-piac működésével, szerepével több tanulmány is foglalkozott. *Páles és szerzőtársai (2010)* igen részletesen bemutatják a piac szerepét a hazai gazdaságban. Láthatjuk, hogy a különböző szereplők (hazai bankok, külföldi szereplők) motivációja az FX-swap piacon való megjelenésre mennyiben tér el egymástól. Emellett képet kaphatunk arról is, hogy milyen változások történtek a piacon a válság során. A zavarok következtében sok esetben csökkentették a hazai bankokkal szembeni limiteket, illetve jelentősen nőtt a marginolás (letételhelyezés) szerepe ezen ügyleteknél, ami tovább emelte a swap-igényt. *Banai és szerzőtársai (2010)* ugyancsak foglalkoznak az FX-swap piac válság során tapasztalt problémáival. Megállapítják, hogy a válság hazai eskalálódásáig különösen a lokális bankok halmoztak fel rendkívül nagy FX-swap állományt. Az állomány megújítása pedig, illetve az erősödő marginolás a válság egyes szakaszaiban nagy problémát jelentett, ami szükségessé tette az MNB eszközeinek használatát.

A hazai FX-swap piacról szóló elemzések főként az állomány nagyságával, lejáratával, az implikált hozamok alakulásával, illetve a különböző szereplők viselkedésével, stratégiáival foglalkoztak. A pénzügyi piacokról azonban többletinformációkat adhat a szereplők hálózati kapcsolatainak feltárása is. A pénzügyi piacok hálózati jellemzőinek kutatása az utóbbi egy évtizedben, és különösen a válság kezdete óta kiemelt témává vált. A hazai irodalomban az egyik első ilyen tanulmány volt *Lublóy (2006)*, amely a VIBER hálózati struktúrájával foglalkozott. A vizsgált hálózati jellemzők időben stabilak voltak a tanulmány szerint. Emellett a szerző azonosította azokat a szereplőket, amelyek a hálózat stabilitása szempontjából a legfontosabbak voltak. Meglepő módon ezek az intézmények nem voltak azonosak a bankrendszer mérlegfőösszeg szerinti legnagyobb bankjaival.

Jelen írásunkban kiemelten támaszkodunk korábbi, az egynapos FX-swap piacról szóló tanulmányunkra (*Banai et al. 2013*). Elemzésünkben bemutattuk, hogy az

egynapos FX-swap piac is rendelkezik a pénzügyi hálózatokra jellemző „kisvilág” tulajdonsággal (részletesen az negyedik, módszertani fejezetben). Emellett a hálózati mutatók dinamikájának vizsgálata rávilágított arra, hogy a Lehman-csőd után jelentős mértékben csökkent az egynapos FX-swap piac mérete. Vagyis sok intézmény csökkentette aktivitását a piacon, vagy teljesen elhagyta azt. A távozó intézmények azonban döntően, a piac szempontjából kevésbé relevánsak voltak. Ez stabilitási szempontból mindenképpen pozitív. A kockázatokat ugyanakkor növeli, hogy a maradó intézmények szerepe egyre nagyobb lett, azaz a piac egyre érzékenyebbé vált egy-egy szereplő viselkedésére.

A nemzetközi irodalomban még gyakoribb a pénzügyi piacok vizsgálata hálózatelméleti módszerekkel. *Iazzetta és Manna (2009)* az olasz bankközi piac tulajdonságaival foglalkozott kutatásában. Számos hálózati jellemző alakulását tárták fel munkájukban. Megállapításuk szerint a hálózat összekapcsoltsága a valós hálózatokéhoz hasonlóan igen alacsony, és időben csökken. Fontos megfigyelés, hogy a vizsgált 222 hónapos időszak egészében összefüggő maradt a teljes hálózat. Vagyis bármelyik bankpár esetében lehetett találni olyan utat, amin keresztül elérhették egymást. A harmadik megállapításuk volt, hogy ugyan kismértékben, de nőtt az átlagos leg-rövidebb út a hálózaton belül (részletesen az negyedik, módszertani fejezetben). Megállapították továbbá, hogy a legnagyobb szereplők rendszeresen, közvetlenül üzletelnek a hálózatban kisebb szerepet betöltő partnerekkel. Végül pedig bemutatták, hogy csökkent a relatív nagy szereplők aránya a hálózatban, és egyre több lett az olyan bank, amely csak néhány partnerrel köt üzletet. *Iori és szerzőtársai (2008)* az olasz egynapos bankközi piaccal foglalkoztak tanulmányukban. Bemutatták, hogy a foksám szempontjából nagy bankoknak nagyon sok kis partnerük van. Ez megállapításuk szerint nagy sűrűségű hálózat (részletesen az negyedik, módszertani fejezetben) esetében növeli a fertőzés kockázatait.

Soramäki szerzőtársaival (2006) a Fedwire Funds Service bankközi fizetési adatainak hálózati tulajdonságait elemezték. Megállapították, hogy erre a hálózatra is jellemzőek azok a tulajdonságok, amelyek a valós hálózatoknál általánosak. Ilyenek a skálafüggetlen foksámeloszlás, a magas klaszterezettségi együttható és a „kisvilág” jelenség (amit *Watts és Strogatz (1998)* vezetett be, és általában jellemző a pénzügyi hálózatokra). Emellett azt is megállapították, hogy a vizsgált hálózatok tulajdonságai stabilak az időben.

A fenti felsorolásból is kitűnik, hogy a pénzügyekben hálózati módszerekkel főként a fizetési és elszámolási rendszereket, illetve a fedezetlen bankközi piacokat vizsgálták (bár például *Markose szerzőtársaival (2010)* az amerikai CDS-piaccal foglalkozott). Se a hazai, se a nemzetközi irodalomban nem találoztunk olyan papírral, amelyik az FX-swap piac hálózati elemzésével foglalkozott volna. A következőkben mi erre teszünk kísérletet. Az egynapos piac folyamataival korábban részletesen foglalkoztunk (*Banai et al. 2013*), így most a középpontban főként a hosszabb pi-

acok lesznek, illetve azok viszonya az egynapos piaccal. Tanulmányunk második részében részletesebben bemutatjuk a hazai devizaswap piac főbb jellemzőit. A harmadik részben a felhasznált adatokkal foglalkozunk, a negyedikben az alkalmazott hálózateleméleti módszertant ismertetjük, az ötödikben bemutatjuk a hálózat topológiájával kapcsolatos eredményeinket. Végül a hatodik részben összefoglaljuk megállapításainkat.

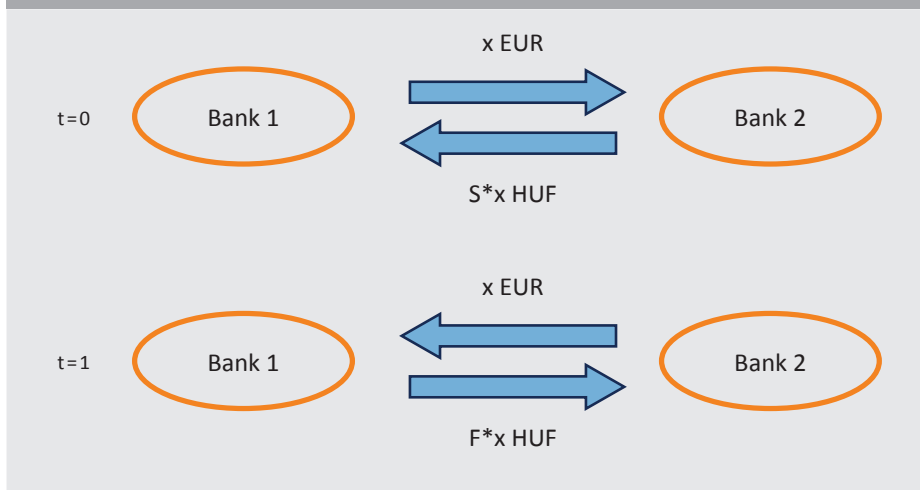
2. A devizaswap-piac bemutatása

2.1. Az FX-swap ügylet

Az FX-swap egy származtatott pénzügyi piaci ügylet, mely két lábból áll. Az ügylet induló (vagy azonnali, spot) lábán a partnerek két különböző devizát cserélnek el egymással, amelyet a lejáró (vagy határidős, termin) lábon visszacserélnek. Az induló és határidős árfolyamokról egyaránt megállapodnak már az ügylet megkötésekor. Az FX-swapot szokás egyszerű devizaswapnak is hívni, hiszen a névértékek cseréjén túl nem történik több tranzakció a partnerek között, szemben a kamatozó devizacserre ügylettel (currency interest rate swap, CIRS), ahol kamatokat (is) fizetnek egymásnak a felek a futamidő során. A forinttal szemben kötött FX-swapok esetében a piaci konvenció szerint a devizaösszeg megegyezik a spot és a forward lábakon, s ennek az azonnali illetve határidős árfolyamon vett forintértékeként adódik a fizetendő két forintösszeg (1. ábra). Egy partnerrel szembeni FX-swap ügyletből mint fedezett hitelből származó aktuális kitettség (az ügylet nettó jelenértéke) nagyságrenddel kisebb, mint egy azonos névértékű fedezetlen betéti vagy hitelügyleté.

1. ábra

Egy euró/forint FX-swap ügylet induló ($t=0$) és lejáró ($t=1$) pénzáramlásai S azonnali és F határidős árfolyam esetén



Az FX-swapokat különböző célokra szokás felhasználni a pénzügyi piacokon.

1. Egyik széles körben elterjedt kereskedési stratégia az FX-swap + devizaeszköz vásárlása (vagy devizaforrás törlesztése). Ebben az esetben a szereplő az FX-swap azonnali lábán szerzett devizalikviditásból vásárolja meg a tartani kívánt devizaeszközt (vagy fizeti vissza a törlesztendő devizaforrást), a swap határidős lába pedig a devizaeszköz (illetve a törlesztett devizaforrás) árfolyamkockázatának a fedezését szolgálja. Ha a vásárolt eszköz és a swap eltérő futamidejű, akkor ez egyúttal hozamspekulációval is járó stratégia. A külföldi befektetők pedig előszeretettel finanszírozzák FX-swapból a forint állampapír-vásárlásukat.
2. Szintén népszerű kereskedési stratégia az FX-swap + ellenirányú azonnali devizapiaci ügylet párosa. Ez a szintetikus határidős devizapozíció felvállalásával egyenértékű, hiszen a spot-ügylet semlegesíti a swap azonnali lábát, s csak a határidős láb marad effektív. A stratégiát spekulatív (carry trade) és fedezési célból is követheti egy szereplő.
3. Harmadik fontos stratégia két ellenirányú swapnak a kötése azonos spot-érték-nappal, de eltérő futamidővel. Ez kamatkülönbözet-spekulációra ad lehetőséget a stratégiát követő szereplő számára. Ha például a hosszú swap azonnali lábán devizát helyez ki forintért cserébe, amit egy ellenirányú rövid swap azonnali lábán devizára visszacserél egy bank, akkor a rövid swap lejáratakor a devizatörlesztést refinanszírozhatja egy újabb rövid devizabevonó swappal. Ebben az esetben nyereséget az termel a bank számára, ha a jövőbeli rövid forinthatározatok jobban emelkednek a devizahozamokhoz képest, mint ahogy az a hosszú hozamokba be van árazva.
4. További fontos szerepe az FX-swapoknak a lejáró forward, illetve FX-swap ügyletek rúlirozása: a swap azonnali lábán szerzett devizából törleszthető az esedékes devizakötelezettség, míg a határidős láb alkalmas a mérlegen kívüli devizatartozás megújítására.
5. Emellett pusztán az ellentétes deviza mint fedezet melletti hitel nyújtása is egy lehetséges felhasználása az ügylettípusnak.

2.2. A hazai devizaswap-piac

A hazai devizaswap piacnak az adatok korlátossága miatt csak azt a részét ismerjük, ahol az ügyletkötő partnerek közül legalább az egyik hazai bank. Mindössze anekdotikus információk van arról, hogy Londonban külföldi szereplők is kötnek deviza/forint swap-ügyleteket (Balogh–Gábrriel 2003). A devizaswap piac gyengébben szabályozott, OTC- (over-the-counter) piac, ahol a deviza/forint ügyletek kereskedése jellemzően londoni brókereken keresztül zajlik, így nem jellemző a bilaterális alapon történő közvetlen megkeresés és árjegyzés (Csávás et al. 2006). Ugyanakkor az egy hónapon belüli szegmensben az MNB forintpiaci eszköztárához való kizárólagos

hozzáférés okán a hazai bankok tekinthetők árjegyzőnek. A piac fő tulajdonságait foglalja össze az 1. táblázat.

1. táblázat	
A hazai devizaswappiac* főbb jellemzői	
Mutató	Érték
CHF, EUR és USD közti swapforgalom aránya a deviza/HUF swapforgalomhoz képest (2005-2014. nov.)	44%
deviza/HUF swappiac napi átlagos forgalma (2005-2014. nov., mrd Ft)	525
magyar bankrendszer külfölddel szembeni deviza/HUF bruttó swapállománya (mindkét irány, 2014. dec. 1., mrd Ft)	6006
bankközi ügyletek aránya a teljes forgalmon belül (2005-2014. nov.)	95%
határon átnyúló ügyletek aránya a teljes forgalmon belül (2005-2014. nov.)	84%
átlagos ügyletméret (2005-2014. nov., mó Ft)	5474
<i>*A tában értelmezett devizaswapokról van szó, így az FX-swapok mellett a CIRS-eket is figyelembe vettük a számítások során. Alapértelmezésként deviza/HUF swap-piacról írunk.</i> <i>Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.</i>	

Minthogy a keresztdevizák közötti swap-forgalom és a deviza/forint részpiac forgalmának aránya igen nagy – ami arra mutat rá, hogy szabad átjárás lehet egyik devizából a másikba swapokon keresztül –, ezért a különböző devizák forinttal szembeni swappiacát együtt, mint általános deviza/forint swappiacot kezeljük a továbbiakban (és nem különböztetjük meg egymástól például az USD/HUF vagy az EUR/HUF részpiacot).

A deviza/forint swap-piac éves forgalma hazánk GDP-jének közel ötszörösét tette ki az általunk vizsgált 2005. január 1. és 2014. december 1. közötti időszakban. Az időszak végén a hazai bankrendszernek a külföldi szereplőkkel szemben fennálló bruttó deviza/forint swap-állománya pedig – a devizahitel-állomány folyamatos csökkenése mellett is – a bankrendszer mérlegfőösszegének 18%-ára rúgott. Ez a két adat is rámutat a swap-piacnak a hazai gazdaságban betöltött jelentős szerepére. Emögött, az ügylet széles körű alkalmazhatósága mellett makrogazdasági tényezők is meghúzódnak. A 2008. szeptember 15-én a Lehman Brothers befektetési bank csődjével kitört pénzügyi válságot megelőzően ugyanis az ország nettó külső adóssága s ezzel párhuzamosan a bankrendszer külföldi forrásokra való ráutaltsága jelentősen megnőtt. A nettó külső adósság megegyezik az egyes gazdasági szektorok által vállalt nyitott hosszú forint devizapozíció összegével (Páles et al. 2010), ami azt jelenti, hogy valamelyik gazdasági szereplőnek fel kellett vállalnia ezt a nyitott forintpozíciót. A külföldi szereplők erre kevéssé voltak hajlandók, ezért ennek legnagyobb részét a belföldi magánszektor vállalta fel a bankrendszer mérlegén keresztül, ami a bankok mérleg szerinti devizapozícióját nyitotta. Egy korábbi kormányrendelet, illetve a CRR értelmében azonban a bankrendszernek a teljes devizapozíciója után tőkét kellett meg-

képeznie,¹ ezért a nyitott pozíció mérlegen kívüli zárására volt ösztönözve. A bankok pedig tipikusan devizaswapokkal (a fenti 2. illetve 4. stratégia révén) zárják a mérleg szerinti nyitott devizapozíciót (Páles et al. 2010).

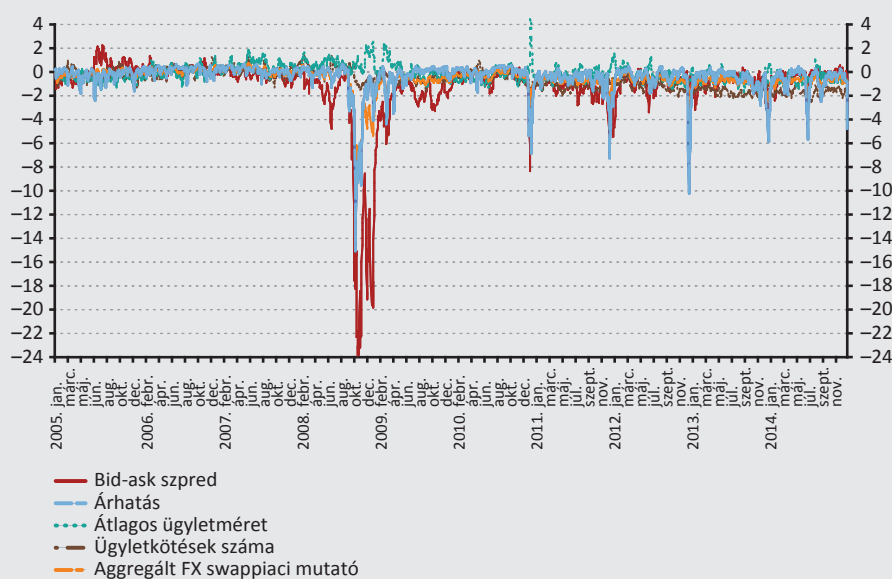
2.3. A pénzügyi válság és hatása a devizaswap-piacra

Jóllehet már 2007 közepétől, a másodlagos jelzálogpiaci hitelválság kibontakozásától kezdődően érzékelhető volt a magyar piacokon a finanszírozási költségek emelkedése, valamint 2008 márciusában rövid ideig tartó turbulencia alakult ki az állampapírpiacon, a globális pénzügyi válság alapvetően a Lehman Brothers 2008. szeptember 15-i csődje után eszkalálódott Magyarországon. A válság legélénkebb szakasza 2008 őszétől 2009 tavaszáig tartott. 2008 őszén hirtelen megrárgult a likviditásszerzés, előbb devizában, majd forintban is, a piaci szereplők szűkítették egymással szembeni partnerlimitjeiket. A devizaswap-piacon meglehetősen változókonnyá vált a forgalom, és a bankcsoporton belüli ügyletek részaránya is ingatagga vált. Míg korábban még fokozatosan emelkedett

2. ábra

Az egynapos EUR/HUF és USD/HUF FX-swap piac likviditási mutatói

(exponenciális mozgóátlagok)



Megjegyzés: A HUF swap-piacra vonatkozó likviditási index az egynapos USD/HUF és EUR/HUF szegmensek adatait tartalmazza, ahol a kötésnap és a lejárat között legfeljebb két munkanap különbség van. A nagyobb érték minden esetben a likviditás adott dimenziójának a javulására utal. Az egyes részindexek a válság előtti hosszú távú átlagukkal és szórásukkal standardizáltak.

Forrás: Saját számítások az MNB, a Bloomberg és a Reuters adatai alapján.

¹ Ha a teljes devizapozíció meghaladja a szavatoló tőke 2%-át, akkor a devizaárfolyam kockázat tőkekövetelménye a nyitott devizapozíció 8%-a.

a swap-állomány futamideje, a válság során a folyamat megakadt, és érzékelhetően lerövidültek az újonnan kötött swapok. Megfigyelhető volt továbbá, hogy a korábban a swap-piacon domináns szerepet betöltő dollár helyét átvette az euró (Páles *et al.* 2010).

Az egynapos piac kiszáradt, a piac likviditását mérő aggregált likviditási index 2008. október végére -8-ra csökkent (2. ábra). Ez azt jelenti, hogy a válságot megelőző időszak hosszú távú átlaga alatt 8 szórással helyezkedett el a piac likviditása.² Eközben a swap-piacon tapasztalt swap-felárak jócskán megemelkedtek. A válságot megelőzően mért nulla körüli szpredek több száz bázispontra kitágultak. Ez azt jelentette, hogy swapon keresztül a referencia pénzügyi hozamnál több százalékponttal alacsonyabb kamatláb mellett lehetett (devizával fedezett) forinthitelt felvenni ebben az időszakban.

3. Adatok

Az egyes hálózati mutatókat kiszámoltuk a hosszabb lejáratú szegmensekre (3 nap–1 hó, 1 hó–3 hó, 3 hó fölötti futamidők), illetve a teljes piacból képzett gráfra is. A tanulmányban ezek alakulása lesz a középpontban (2 és 3. táblázat). Jelentős forgalombeli súlyának köszönhetően elemzésünk során figyelmet fordítunk a fenti módon definiált egy-kétnapos lejáratú szegmensekre is. A fenti definíció ugyanis összhangban van azzal a részpiaccal, melynek alakulását írja le az aggregált likviditási index. Míg azonban az aggregált likviditási mutatót kizárólag az USD/HUF és EUR/HUF ügyletek alkotta részpiacra számítja a jegybank, mi az előbbi kettőn kívül figyelembe vettük a CHF/HUF ügyleteket is.

2. táblázat A deviza/forint swap-piac forgalmának megoszlása devizák szerint				
	USD	EUR	CHF	együtt
forgalom arány (%)	83	15	2	100
lejáratallal korrigált forgalom arány (%)	38	49	13	100
Megjegyzés: az ügyletek induló lábának forintértéke alapján. A lejáratallal való korrekció során az ügyletértéket megszoroztuk a lejáratallal. Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.				

3. táblázat A deviza/forint swap-piac forgalmának megoszlása lejárat szerint					
	1-2 nap	3 nap-1 hó	1-3 hó	>3 hó	együtt
forgalom arány (%)	76	14	6	4	100
lejáratallal korrigált forgalom arány (%)	13	8	11	69	100
Megjegyzés: az ügyletek induló lábának forintértéke alapján. A lejáratallal való korrekció során az ügyletértéket megszoroztuk a lejáratallal. Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.					

² Az aggregált likviditási indexről bővebben lásd: Páles–Varga (2008).

A 2005. január 1. és 2014. december 1. közötti időszak ügyletkötéseit vettük górcső alá. A gráfok csúcsait kitevő szereplők közé beválogattuk mind a belföldi, mind a külföldi szereplőket, az MNB-t viszont kihagytuk belőle. Kizárólag hitelintézetekkel foglalkoztunk, így például a nem pénzügyi vállalati szektorral kötött ügyletektől eltekintettünk. A belföldi bankcsoportokat konszolidáltan szerepeltettük a gráfokban, tehát a bankcsoportok tagjait egyetlen, az egész bankcsoportot megtestesítő csúccsal reprezentáltuk. A külföldi bankcsoportokat azonban nem állt módunkban mindet konszolidálni, valamint nem is tekintettük célunknak, hogy megtisztítsuk az adatbázist a határon átnyúló bankcsoporton belüli ügyletektől, így a külföldi vagy határon átnyúló bankcsoportok minden tagját külön szerepeltettük az adatbázisban. A csúcsok közötti éleket a közöttük megkötött ügyletekből képeztük (nem pedig a fennálló állományokból). Az egy-kétnapos ügyletek, illetve a teljes hálózat esetében 5 munkanaponként aggregáltuk az ügyleteket, és így alkottuk meg a gráfokat leíró mátrixokat. Emellett az összehasonlíthatóság kedvéért megcsináltuk havi frekvencián is a gráfokat. Az egy-kétnaposnál hosszabb lejáratú szegmensek esetében ugyanis csak havi frekvenciájú gráfokat vizsgáltunk. Ennek fő oka, hogy ezeknél jóval kevesebb tranzakció történik, és az 5 munkanapos aggregálás során kapott hálózatok mérete túl alacsonynak bizonyult. Az 1–2 naposnál hosszabb ügyleteket három csoportban vizsgáltuk: 3 napostól 1 hónaposig, 1 hónapostól 3 hónaposig, illetve 3 hónaposnál hosszabb ügyletek. Az egyes csoportok kialakításánál két fontos szempontot vettünk figyelembe. Egyrészt, hogy a vizsgálathoz megfelelő számú csúcsot kapjunk, másrészt hogy figyelembe vehessük valamilyen szinten az eltérő hosszú ügyletek eltérő szerepét. A swapok induló lábainak előjeles forintértékét adtuk össze az egyes szereplők között: pozitív értéket adtunk az ügyletnek, ha a bank devizát kapott az induló lábon és negatívát fordított esetben.

4. A módszertan

A következő részben röviden bemutatjuk azon hálózatelméleti eszközöket, melyeket a vizsgálataink során használtunk (a módszertan megegyezik a korábbi írásunkban használttal (Banai et al. 2013)). Célunk, hogy lényegre törően definiáljuk a hálózatot jellemző mutatókat, helyenként a matematikai precizitást háttérbe szorítva. A konkrét FX-swap piacra vonatkozó eredményeket a következő fejezetben tárgyaljuk.

4.1. Kapcsolati mátrixok, komponensek

Tegyük fel, hogy adott N darab bank, és legyen W azon $N \times N$ -es mátrix, melynek $W_{i,j}$ eleme azt mutatja meg, hogy az induló lábon az i bank mekkora forintösszeget ad j -nek. Tulajdonképpen W nem más, mint a forint irányú *bilaterális kitettségeket* tartalmazó mátrix. A W mátrix minden eleme nemnegatív és nem feltétlenül szimmetrikus, továbbá feltesszük, hogy a főátlójában minden elem nulla. Az így kapott

mátrix egy hurokélmentes³, súlyozott, irányított gráfot definiál, melyben az élek súlya a követelés nagyságát, illetve az irányítás a pénzáramlás irányát határozza meg. Megjegyezzük, hogy ha i és j bankoknak egymással szembeni kölcsönösen fennálló követelésük van, akkor a nettósított, azaz előjelesen összegzett követelést használjuk. A hálózat vizsgálata során sokszor csak az a kérdés, hogy két szereplő között van-e kapcsolat vagy nincs, annak nagysága és iránya kevésbé fontos. Ennek oka, hogy önmagában a kapcsolat létrejötte is érdekes információkkal szolgálhat, és könnyebbé teszi a mutatók megértését, interpretálását. Emellett fontos figyelembe venni, hogy az FX-swap esetében fedezett ügyletről van szó. Vagyis az irány kisebb jelentőséggel bír, mint az általában vizsgált, fedezetlen piacoknál.

Legyen A az irányítatlan, súlyozatlan hálózatot reprezentáló úgynevezett kapcsolati (adjacencia) mátrix, azaz

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1, & W_{i,j} + W_{j,i} > 0 \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \quad (1)$$

A fenti definícióban szereplő $W_{i,j} + W_{j,i} > 0$ egyenlőtlenség pontosan akkor fog teljesülni, ha i -ből j -be vagy j -ből i -be él fut, vagyis az A mátrix valóban az irányítatlan hálózatot reprezentálja. Az egy-kétnapos piac esetében például a mátrixokat 5 munkanaponként aggregálva hoztuk létre, tehát a napi ügyleteket előjelesen összegezve. Az aggregálás során nem tekintettük munkanapnak az amerikai, svájci, illetve európai munkaszüneti napokat, hiszen ekkor jelentősen csökken a forgalom. A későbbiekben tárgyalt hálózati mutatók kiszámításánál általában megköveteljük, hogy a hálózat valamilyen értelemben összefüggő legyen.

4.2. Hálózati mutatók

A hálózat mérete

A hálózat egyik legáltalánosabb jellemzője a mérete, vagyis azon bankok száma, melyek legalább egy ügyletben akár felvevőként, akár kihelyezőként részt vettek egy adott időszakban.

Fokszám

Irányított gráf esetén egy i csúcs befok (kifok) száma alatt a bemenő (kimenő) élek számát értjük. Ha a hálózat irányítatlan, akkor i fokszáma a vele összeköttetésben lévő csúcsok száma. Pontosabban, ha az i csúcs fokszámát $f(i)$ -vel jelöljük, akkor

$$f(i) = \sum_{j=1}^N A_{i,j} \quad (2)$$

³ Hurokél: egy adott csúcsból induló és ugyanott végződő él.

Szokás a fokszámot a centralitási mutatók közé sorolni, azaz olyan jellemző mennyiségek közé, amelyek egy csúcshálózatban betöltött szerepének fontosságát hivatottak jellemezni.

További fontos mennyiség a hálózat fokszámeloszlása. Ezen függvény azt mutatja meg, hogy egy adott fokszámérték mennyire gyakori. A valóságban előforduló hálózatoknak sokszor úgynevezett hatványfüggvényt követ a fokszámeloszlása. Pontosabban, ha a k fokszámérték gyakoriságát $p(k)$ -val jelöljük, akkor

$$p(k) = ck^{-\gamma} \quad (3)$$

ahol c egy normalizáló konstans γ pedig egy pozitív szám, mely többnyire a $[2,3]$ intervallumba esik. Az ilyen gráfokat skálafüggetlen hálózatoknak nevezzük (*Barabási és Albert, 1999*). A valóságban előforduló hálózatokban többnyire sok kis fokszámú, illetve kevés nagyobb fokszámú csúcshálózat található.

Átlagos úthossz, átmérő és tömegfüggvény

Adott u és v csúcshálózat távolságán a köztük futó legrövidebb útban szereplő élek súlyainak összegét értjük. A vizsgálataink során mindig a legnagyobb összefüggő komponenset fogjuk tekinteni, ha a legrövidebb utat vagy annak valamilyen függvényét használni szeretnénk. Jelöljük a távolságot a továbbiakban $d(u,v)$ -vel. Ha a súlyozatlan gráfot vizsgáljuk, akkor $d(u,v)$ megegyezik a minimális lépésszámmal, amit u -ból indulva meg kell tennünk, hogy v -be érjünk. Átlagos úthosszal ezen távolságok átlagát, míg a hálózat átmérője alatt ezen távolságok maximumát fogjuk érteni.

Bevezetünk még egy tömegfüggvénynek nevezett mérőszámot, amely azt mutatja meg, hogy a legrövidebb utak mekkora része lesz kisebb vagy egyenlő, mint egy adott k konstans ($k=2,3,4,5$) az összes legrövidebb út arányában. Természetesen a k paraméterben növekvő mennyiségről van szó, és ha k megegyezik a hálózat átmérőjével, akkor 1-et kapunk, hiszen minden legrövidebb út kisebb az átmérőnél vagy egyenlő vele.

Közelség⁴

Egy u csúcshálózat közelsége a tőle legtávolabbi v csúcshálózatba vezető út hosszának a reciproka. Pontosabban, ha a közelséget $c(u)$ -val jelöljük, akkor

$$c(u) = \frac{1}{\max_v d(u,v)} \quad (4)$$

Maga a $\max_v d(u,v)$ mennyiség szemléletesen azt mutatja, hány lépésre van szükség, hogy bármely csúcshálózatba eljussunk u -ból indulva. A reciprok-képzés azért szükséges, mert szeretnénk, ha egy csúcshálózat közelsége akkor lenne nagy, ha minél központibb

⁴ Az átlagos közelség mutatójának kiszámítottuk egy másik változatát is. Eszerint nem a legrövidebb utak maximumának, hanem azok átlagának vettük a reciprokát. Az eredmények azonban hasonlóak voltak a két esetben.

szerepet tölt be a hálózatban, azaz minél kevesebb lépésben el tudunk jutni belőle bárhová. Éppen ezen tulajdonság miatt a közelséget is a centralitási mutatók közé soroljuk.

Közöttiség

A közöttiség azt adja meg, hogy egy adott csúcs hány darab legrövidebb úton van rajta. Azon legrövidebb utakat, amelyek a csúcsból indulnak vagy ott végződnek, nem számoljuk. Ahhoz, hogy különböző méretű hálózatok esetén össze tudjuk vetni a közöttiségeket, el kell osztanunk a legrövidebb utak maximális számával, ami N csúcs esetén nem más, mint

$$\frac{(N-1)(N-2)}{2} \quad (5)$$

A fenti formula úgy értendő, hogy egy csúcs maximum ennyi legrövidebb úton lehet rajta, aminek nem kezdő, vagy végpontja.

Sűrűség

Sűrűség alatt azt értjük, hogy az élek száma hogyan aránylik az összes lehetséges élek számához. Az összes lehetséges éleknek a száma irányítatlan N csúcsú hálózat esetén

$$\frac{N(N-1)}{2} \quad (6)$$

hiszen minden csúcs legfeljebb $N-1$ csúcshoz kapcsolódhat, azonban így minden élet kétszer számoltunk. Megjegyezzük, hogy irányított hálózat esetén a fenti képlet $N(N-1)$ -re módosul.

Klaszterezettségi együttható

Adott csúcs klaszterezettségi együtthatója azt mutatja meg, hogy a szomszédjai közt futó élek száma milyen arányban áll a szomszédjai közötti lehetséges élek számával. Más szóval az átlagos klaszterezettségi együttható megadja, hogy egy tetszőleges csúcs szomszédjai milyen valószínűséggel vannak egymással is összeköttetésben.

Affinitás függvény

Az affinitás függvény azt mutatja meg, hogy adott fokszerű csúcsok átlagosan milyen fokszerű csúcsokkal állnak kapcsolatban. Tehát a függvény a hálózatban előforduló összes fokszerű csúcsra rendel egy számot. Ha a függvény monoton növekedő, akkor a nagyobb fokszerű csúcsok nagyobb fokszerű csúcsokhoz kapcsolódnak, tehát a fontosabb szereplők közvetlen összeköttetésben állnak egymással. Ellenkező esetben a kis fokszerű csúcsok kapcsolódnak nagyobb fokszerű csúcsokhoz, azaz a nagyobb szereplők közvetlenül csak kisebb bankokkal kötnek ügyletet.

„Kisvilág” tulajdonság

A „kisvilág” tulajdonsággal bíró hálózatokban az átlagos legrövidebb út a csúcsok között relatív alacsony a hálózat méretéhez képest. Emellett az átlagos legrövidebb út a hálózatméret logaritmusával arányos, azaz

$$\text{Átlagos legrövidebb út} = c \cdot \log(N),$$

ahol c konstans.

4.3. Véletlen gráfok

Az egyik legrégebb óta használt és legtöbbet vizsgált véletlen hálózati modell az úgynevezett Erdős–Rényi gráf (Erdős–Rényi, 1959). A konstrukció abból áll, hogy rögzített N csúcs esetén két különböző pontot függetlenül p valószínűséggel összekötünk, illetve $1-p$ valószínűséggel nem húzunk köztük élet. Az Erdős–Rényi hálózatot elsősorban arra szeretnénk használni, hogy az átlagos klaszterezettségi együttthatóját az általunk kapott gráféval összevegyessük. Ha a két mutató közel van, azaz hányadosuk ≈ 1 , akkor azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a hálózatunkban nincs érdemleges struktúra. Felmerül a kérdés, hogy ha adott egy gráf, akkor hogyan konstruáljunk hozzá megfelelő Erdős–Rényi modellt. A csúcscsázomoknak természetesen egyezniük kell, és a p értéket válasszuk az alábbi módon:

$$p = \frac{\text{átlagos fokszám}}{\text{csúcscsázama} - 1} \quad (7)$$

Mivel az adatbázisunkban csak magyar szereplők által jelentett ügyletek találhatóak, ezért a fenti modellt kissé módosítjuk, hiszen hálózatunkban két külföldi partner közti él valószínűsége nulla. Tekintsük azt a részgráfot, mely csak belföldi szereplőket, illetve a köztük futó éleket tartalmazza. Az ezen hálózathoz tartozó Erdős–Rényi gráfot jelöljük G_{BB} -vel. Továbbá hozzunk létre egy másik Erdős–Rényi modellt a belföldi–külföldi kapcsolatokat reprezentáló páros gráfhoz. Páros gráf alatt azt értjük, hogy adott a csúcscsázom két diszjunkt halmaza (belföldi, külföldi szereplők), azonban él csak belföldi és külföldi csúcs között futhat, belföldi–belföldi, illetve külföldi–külföldi pontok között nem. A véletlen gráf konstrukció annyiban módosul, hogy csak olyan i és j csúcscsázomokat próbálunk meg p valószínűséggel összekötni, ahol i belföldi, illetve j külföldi szereplő. Végül képezzük az így kapott hálózat és a G_{BB} gráf unióját. A továbbiakban ezen eljárással létrehozott gráfot módosított Erdős–Rényi hálózatnak fogjuk nevezni.

5. Eredményeink

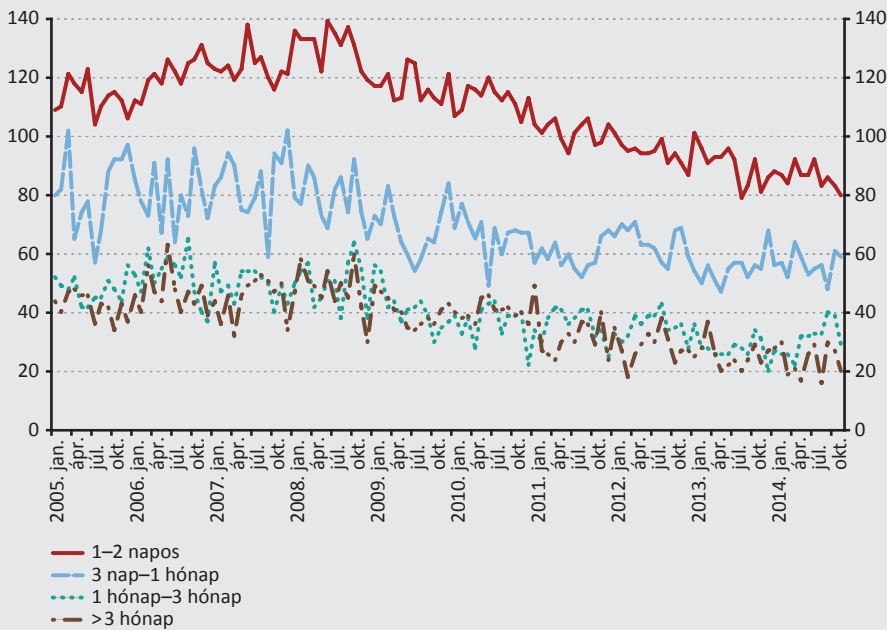
Az egynapos piac vizsgálatokkor több megállapítás esetében felmerült, hogy a láttott dinamika okául szolgálhat a hosszabb piacok használatának előtérbe kerülése (Banai et al. 2013). A méret vizsgálata akkor arra utalt, hogy valószínűleg nem ez

a helyzet, a következőkben azonban részletesen feltárjuk a teljes piac sajátosságait. Az előző részben bemutattuk, hogy milyen matematikai eszközöket használtunk fel annak érdekében, hogy feltérképezzük a devizaswap-piac hálózati struktúráját. A mutatókészlet lehetőséget ad arra, hogy megismerjük a hálózatunk legfontosabb tulajdonságait és azok időbeli alakulását. Számításainkban külön-külön is megvizsgáltuk a különböző futamidejű részpiacokra az egyes mutatókat. Az eredményeink között szerepel emellett a futamidőket figyelmen kívül hagyó, teljes piacot leíró hálózati statisztikák alakulása is.

3. ábra

A különböző lejáratú szegmensek hálózatainak csúcsszáma

(havi frekvencia)



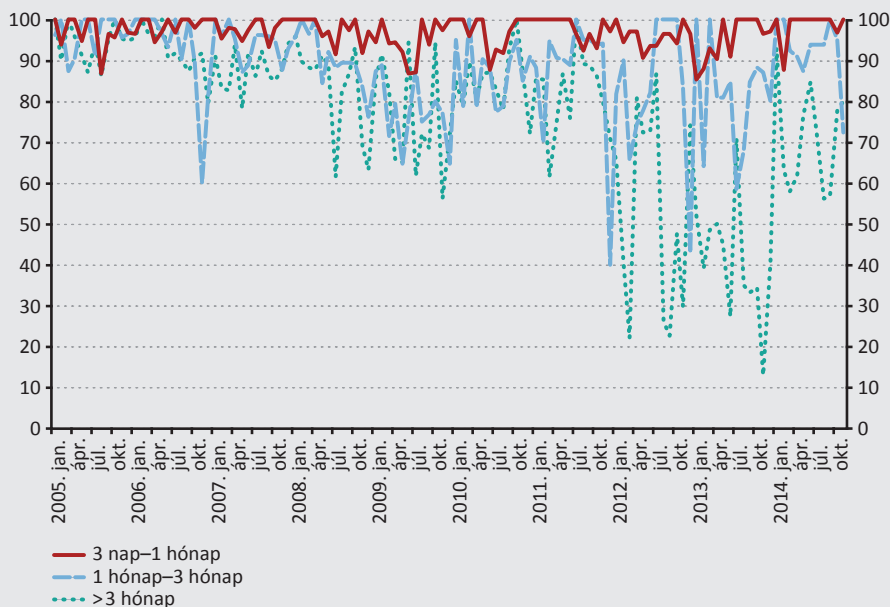
Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

A rövid piacok vizsgálata során láttuk, hogy a hálózat mérete, vagyis hogy hány bank jelenik meg adott időszakban, közel sem állandó (3. ábra). A devizahitelezés felfutásával együtt egy darabig növekedés volt megfigyelhető. 2007 nyaratól kezdve válságesemények sora volt leolvasható a méret dinamikájáról. Törést okozott a Northern Rock csődje, növekedést az úgynevezett decoupling-időszak, majd zuhanást idézett elő a Lehman-bukás. 2010 második felétől egy újabb csökkenő tendencia kialakulását figyelhettük meg, ami a megfigyelési időszak végén is tartott. A hosszabb lejáratú részpiacok hálózataiban, még a hosszabb frekvencia ellenére is lényegesen elmaradt a csúcsok száma az 1–2 naposhoz képest. Az időszak elején

az egynapos hálózatban a méret a 100-at is meghaladta, de még a végén is elérte a 70-et egy hetes frekvencián. Havi frekvencián pedig ennél is magasabb értékeket kaptunk (a maximum 140 körül volt, míg az időszak végi is megközelítette a 100-at). Ez összhangban van azzal, hogy a rövidebb futamidejű ügyleteket lényegesen sűrűbben kell újrakötni a szereplőknek. Megfigyelhető, hogy 2008 őszén hirtelen mindhárom hosszú szegmensben leesett a csúcsok száma. 2009 végén–2010 elején pedig látványosabb csökkenő tendencia indult el. Vagyis azokban az időszakokban, ahol a rövid piac mérete csökkent, a hosszabbaknál is hasonló trendet figyelhetünk meg. Ez cáfolja azt a lehetőséget, hogy a hosszabb lejáratú ügyletek szerepének növekedése állt volna a rövid piac méretének csökkenése mögött, s egyúttal megerősíti azt az álláspontot, hogy a kockázatok növekedése miatt – az alacsony hitelkockázat ellenére is – hagyta el sok szereplő a deviza-forint FX-swap piacot. Érdemes még megfigyelni, hogy a 2014. novemberben bejelentett forintosítással összhangban az MNB-vel megkötött ügyletek nem okoztak lényeges változást a szereplők számában, novemberben. Egyedül az 1–3 hónapos piacon tapasztaltunk némi emelkedést. Ez köszönhető lehet annak, hogy az MNB-től csak késleltetve, 2015 és 2017 között kapják meg a partnerek a devizát, amivel majd lezárhatják többek között a piaci swapjaikat. Így csak későbbre várható, hogy csökkenjen a piac mérete.

4. ábra

A legnagyobb gyengén összefüggő komponens csúcsainak aránya a teljes hálózat méretéhez képest a hosszabb részpiacokon



Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

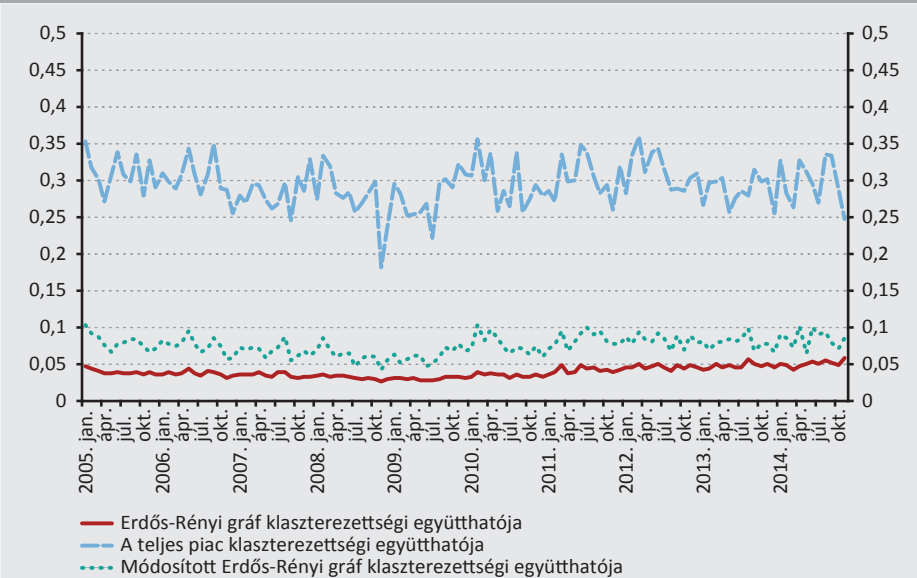
A kutatásunk szempontjából az első, leginkább szembetűnő hálózati tulajdonság a devizaswap-piacon, hogy sok esetben nem összefüggő a kapott gráf. Ha egyetlen kereskedési napon kialakuló hálózatot nézünk, akkor több, néhány esetben 10-nél is nagyobb számú különálló részre esik szét a hálózat. A vizsgálat szempontjából fontos, hogy összefüggő hálózatot kapjunk, hiszen bizonyos centralitási mutatók számításának csak ebben az esetben van értelme. Az 1–2 napos piac esetében is fontos kérdés volt, hogy melyik az a kellőképpen rövid frekvencia, ahol egy összefüggő hálózat összeáll. A kisebb méret miatt a hosszabb részpiacoknál ez a probléma még jelentősebb. Úgy döntöttünk, hogy havi frekvenciát használunk ezen esetekben. Ennél kisebb frekvencia már sok eseményt „eltakarna”, ezért nem volna célszerű választás. Látható azonban, hogy különösen a 3 hónapnál hosszabb ügyleteknél extrém esetben így is csak a szereplők 20–30 százaléka alkotja a legnagyobb összefüggő komponenszt. Éppen ezért a nagyobb frekvencia használata sem ajánlott (4. ábra).

Fontos kérdés, hogy minek a következménye ez a szétesés. A szakirodalomban több helyen is találtunk példát arra, hogy a vizsgált piac hálózatként nem volt teljesen összefüggő (pl.: *Berlinger et al. 2011, Bech és Atalay 2008*). A hálózat ilyen mértékű szétesését magyarázhatja, hogy a résztvevők jelentős része külföldi bank. Sok esetben a külföldi szereplők leginkább saját itteni leánybankjukkal üzemelnek. Amikor ez a kapcsolat mindkét oldalról kizárólagos, a két csúcshoz elszakad a hálózat többi részétől. Ezen túl természetesen magyarázatként szolgálhat, hogy a hálózat egy részét nem látjuk (azon ügyleteket, amiket külföldi köt külföldiekkel). Természetesen az egyre nagyobb frekvencián önmagában a csökkenő ügyletszám is növeli az esélyét, hogy különálló bankpárok, hármások stb. jöjjenek létre. Fontos megfigyelni, hogy a válság kezdetétől, de különösen 2008 őszétől egyre jellemzőbb lett az összefüggőség hiánya. A legnagyobb egybefüggő komponensek aránya a teljes hálózathoz képest egyre kisebb lett, az egy-két napos piac kivételével mindenütt. Ez az egymással szembeni bizalmatlanság növekedésére utal, ami arra sarkallta a résztvevőket, hogy csak partnerek szűk körével kössenek hosszabb ügyletet. A növekvő futamidejű ügylet a kockázatok emelkedését is jelenti, ezért racionális a partnerek még erőteljesebb megválogatása a hosszabb piacokon.

Bár a mutatók egy része kiszámítható a hálózat szétesése mellett is, a legtöbb centralitási mutató kiszámításának előfeltétele a legalább gyenge összefüggőség. Éppen ezért vizsgálatunk további részében mindig a legnagyobb összefüggő komponenssel fogunk foglalkozni. Néhány kivételes alkalommal a hálózat nagyobbik fele a legnagyobb összefüggő komponensen kívül helyezkedik el, ahogy fentebb láttuk. Éppen ezért a leghosszabb piacok esetén korlátozottan lehet következtetéseket levonni a hálózati mutatókból. A későbbiekben főként a rövid piacon levont következtetések megerősítésére használjuk majd ezeket.

5. ábra

A teljes swap-piaci gráfnak és azonos átlagos fokszámu Erdős–Rényi véletlen gráfoknak az átlagos klaszterezettségi együtthatója



Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

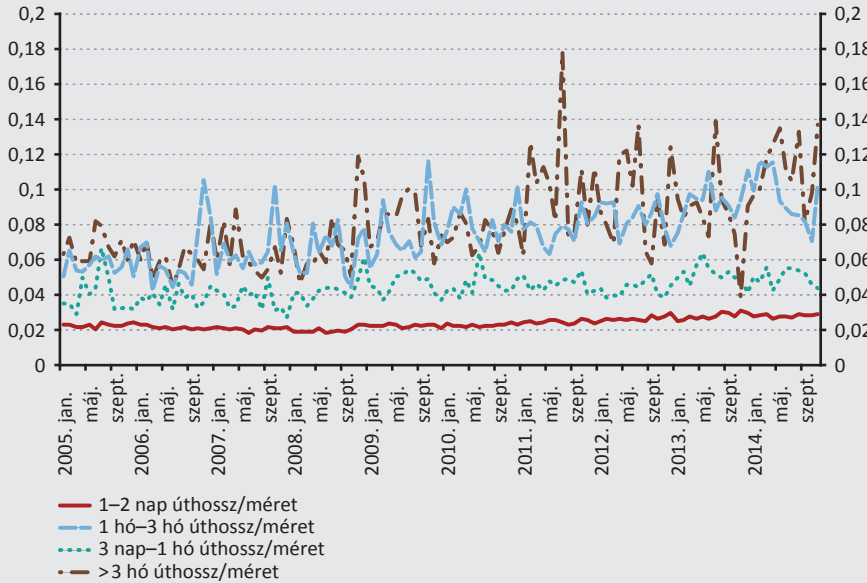
Megvizsgáltuk, hogy mennyiben tekinthető véletlennek a gráf. Ehhez kétféleképpen generált véletlen gráffal is összevetettük a swap-piac grádját. Egyrészt egy olyan Erdős–Rényi véletlen gráffal hasonlítottuk össze, amelynek átlagos fokszáma megegyezett a swap-piaci gráf átlagos fokszámaival. Másrészt pedig egy módosított Erdős–Rényi véletlen gráft is tekintettünk, mely esetében a belföldi–belföldi, belföldi–külföldi és külföldi–külföldi csúcspárok közti élekhez eltérő valószínűségeket rendeltünk. Két külföldi csúcs között 0 valószínűséggel jön létre kapcsolat a módosított véletlen gráf esetében.

Mind a négy gráfra kiszámoltuk az átlagos klaszterezettségi együtthatót. Azt találtuk, hogy a swap-piac grádjának klaszterezettsége minden lejárati szegmensben jelentősen meghaladja mindkét véletlen gráf klaszterezettségét (teljes piac: 5. ábra, rövid piac: átlagosan háromszoros a klaszterezettség, 3 nap–1 hó: háromszoros klaszterezettség, 1 hó–3 hó: kétszeres, 3 hó fölött: kétszeres). Eszerint a swap-piaci hálózat nem tekinthető véletlennek – bár a klaszterezettségi együttható a futamidő hosszabbodásával közelít a véletlen gráféhoz –, így érdemes a további vizsgálódásra.

Banai és szerzőtársai (2013) bemutatták, hogy az 1–2 napos piac hálózata ún. skálafüggetlen hálózatnak nevezhető. Ennek megfelelően körülbelül hatványfüggvény-eloszlást követ az egyes csúcsok fokszáma. Ha k -val jelöljük az egyes foksámokat,

6. ábra

Az egyes részpiacok átlagos úthosszáinak aránya a mérethez képest



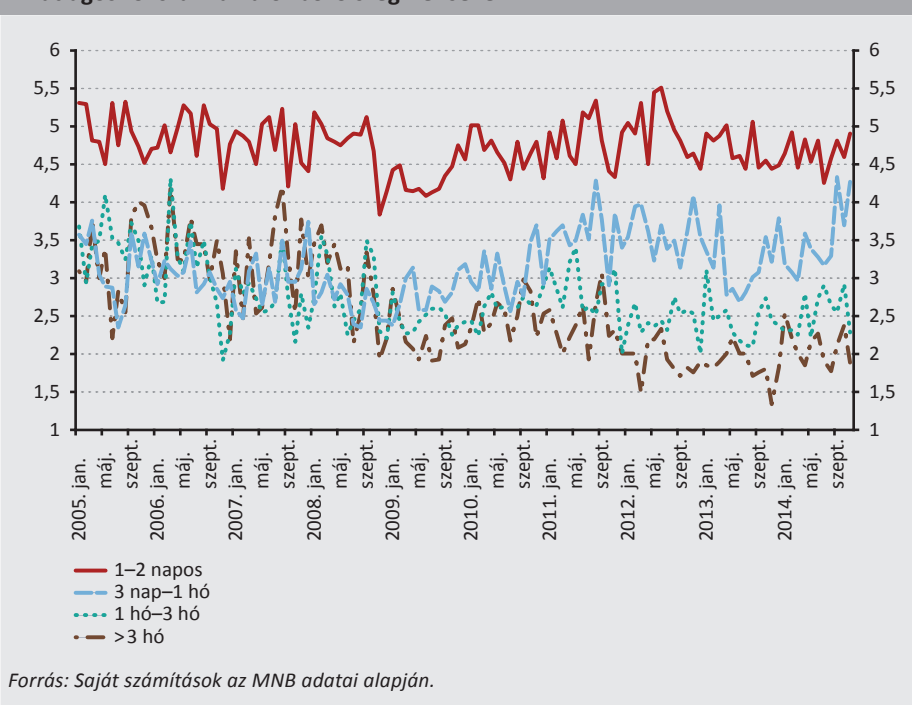
Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

akkor az $53 \cdot k^{-2}$ hatványfüggvény meglehetősen jól közelíti a foksám gyakoriságát. A hatványfüggvény-eloszlás következtében sok alacsony foksámú és kevés magas foksámú csúcs van a gráfban. A kisvilág tulajdonság megragadható egyes hálózati mutatók alakulásával is. Ilyen az átlagos legrövidebb úthossz aránya a hálózat méretéhez képest. Ha ez a mutató kicsi, az a kisvilág-tulajdonságra utal. Emellett kisvilág-tulajdonságra utal, ha a klaszterezettségi együttható meghaladja a véletlen gráf klaszterezettségét, vagy ha az átlagos legrövidebb úthossz arányos a hálózat méretének logaritmusával (Pető–Békési 2009; Newman 2003). Az első mutató jól láthatóan jelentős eltéréseket mutat a különböző futamidejű részpiacok esetén (6. ábra). Az átlagos legrövidebb úthossz az 1-2 napos piac esetén mindössze a 3%-át teszi ki általában a hálózat méretének. A mutató azonban jelentősen emelkedik a lejárat hosszabbodásával (3 nap–1 hó: átlag 4,5%, 1 hó–3 hó: 7,5%, 3 hó fölött: 8%), ami az ún. rácsgráfokhoz történő közeledést jelent (Pető–Békési 2009). Az átlagos legrövidebb úthossz és a hálózat méretének logaritmusai közötti arány megerősíti ezt. Minél hosszabb részpiacot vizsgáltunk, annál kevésbé volt állandó a mutató. Összességében tehát úgy látszik, hogy a lejárat hosszabbodásával egyre kevésbé tekinthető kisvilág-tulajdonságúnak a hálózat. A kisvilág tulajdonság a hálózatoknál stabilitási szempontból kockázatot jelent. A legnagyobb szereplőket érintő sokkokra ugyanis drasztikusan reagálnak ezek a hálózatok, bár a kis szereplők sokjai nincsenek lényeges hatással (Albert et al. 1999; Newman 2003). A központi szereplők

válság esetén felerősítik és felgyorsítják a fertőzést (Markose et al. 2010). A véletlen hálózatoknál ezzel szemben kisebb a hatása a legnagyobb szereplőket érintő sokkoknak. A hosszabb piacoknál a fertőzés esélye egyre kisebb. Ez következik abból is, hogy egyre kevesebb azon elemek aránya, amelyek a legnagyobb komponens részét képezik. A swap-piac egészét egységes hálózatként vizsgálva azt látjuk, hogy a két mutató az egynapos részpiacéhoz hasonlóan alakul, vagyis erre is igaz a kisvilág tulajdonság. Ennek magyarázata, hogy a teljes piacon belül az ügyletek 76 százaléka az 1–2 napos szegmensben kötött.

7. ábra

Az átlagos fokszám a különböző szegmenseken

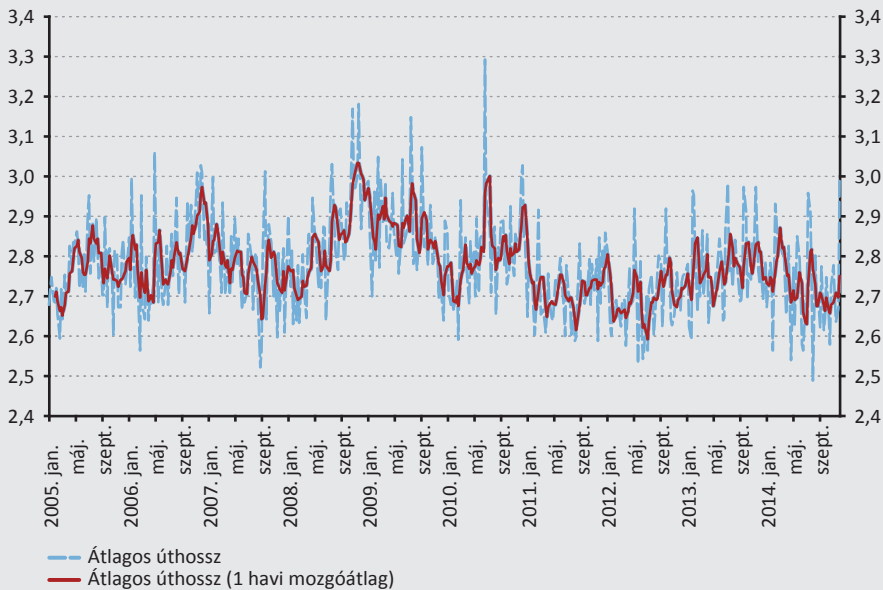


A hálózat átlagos fokszáma a vizsgált időszak során jelentős eltéréseket mutatott a különböző részpiacok között, mind trendben, mind pedig szintben (7. ábra). A legrövidebb piacon, egyhetes frekvencián megfigyelhető volt, hogy a pénzügyi válságnak mindkét fordulópontján, így mind 2007 nyarán, mind pedig 2008 őszén változás állt be a mutatóban. 2007 közepén egy rövid időszakon át jelentősen csökkent az átlagos fokszám a hálózatban, majd egészen a Lehman-csőd idejéig a korábbi értékeknek megfelelő szinten mozgott a mutató. A Lehman-csőd után viszont huzamosabb ideig a korábban megszokott szint alatt volt a mutató, majd 2010 ősztől kezdve folyamatos növekedést látunk (Banai et al. 2013). Egy hónapos frekvencián ugyancsak szembetűnő volt a változás az 1–2 napos szegmens esetében

a Lehman-csőd idején, illetve 2010 második felétől. A többi szegmensnél azonban eltérő képet kaptunk. Egyfelől a várakozásainknak megfelelően lényegesen kisebb a szintje az átlagos fokszámnak, ami adódik a méretbeli eltérésekből. Másfelől viszont a tendenciákban is eltéréseket láttunk. Míg a 3 nap és 1 hónap közötti szegmens a legrövidebb piachoz hasonlóan viselkedett, addig az 1 hónapnál hosszabb ügyletekből képzett gráfok ellentétesen mozogtak. Az előbbieknél az időszak végére érte el csúcsát az átlagos fokszám, vagyis a relatív fontos bankok súlya növekedett a hálózatban. Az utóbbiaknál azonban csökkent az átlagos fokszám. Ez arra is utalhat, hogy a válság következtében egyre inkább megváltak a bankok, hogy kivel kötnék hosszabb ügyletet.

8. ábra

Az átlagos legrövidebb út alakulása a teljes swap-piacot figyelembe véve



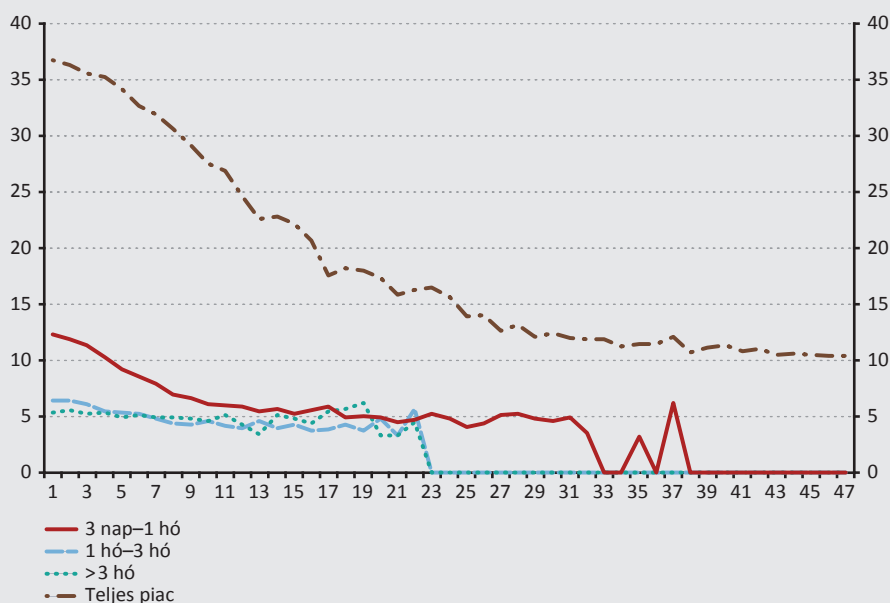
Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

Az átlagos legrövidebb úthossz nem meglepő módon ellentétesen mozgott az átlagos fokszámmal. Ez igaz volt az 1–2 napos piacra is (Banai et al. 2013), de igaz a futamidőtől függetlenül, az összes ügyletet tartalmazó gráfra is. Azzal, hogy az egyes szereplők egyre több partnerrel kötnek ügyletet, az új élek lehetővé teszik újabb, rövidebb utak létrejöttét két csúcs között. Ez természetesen fordítva is igaz. A kevesebb partner a lehetséges utak kevesebb variációját jelenti, így nő az átlagos legrövidebb út (8. ábra). Az egy-kétnaposnál hosszabb részpiacok esetében az átlagos legrövidebb úthossz 3 körül alakult a vizsgált időszakban. A teljes piacnál

látott egyértelmű trendek és fordulópontok ezeknél már egyre kevésbé voltak felfedezhetőek. Különösen a leghosszabb részpiac esetében volt feltűnő, hogy a mutató ugyan nagy kilengéseket mutatott, de trendeket nem lehetett felfedezni benne.

9. ábra

A hosszabb részpiacok és a teljes gráf affinitás-függvénye



Megjegyzés: Az x tengely mutatja az egyes csúcsok fokszámait, míg az y tengely a szomszédos csúcsok átlagos fokszámát. Például: az 1 fokszámú csúcsok szomszédos csúcsainak átlagos fokszáma 37 körül alakult a teljes piacon.

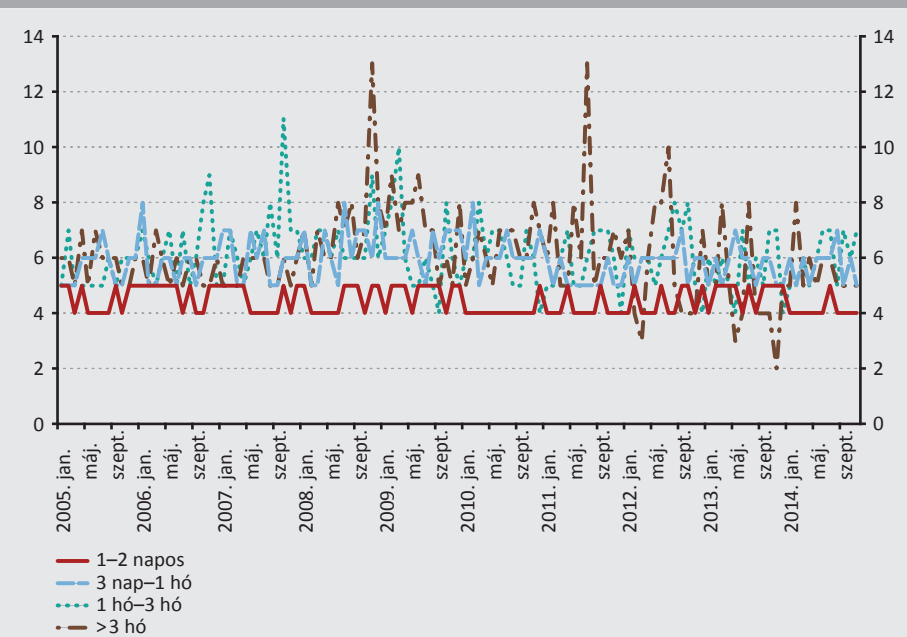
Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

A fokszámalakulással kapcsolatban fontos kérdés, hogy a különböző fokszámú csúcsok szomszédjai maguk milyen fokszámmal rendelkeznek (9. ábra). A pénzügyi hálózatokban jellemző, hogy a jelentős fokszámú bankok kis fokszámú partnerekkel is üzletelnek közvetlenül. (Ezt a jelenséget *Iori et al. (2008)*, illetve *Iazzetta és szerzőtársa (2009)* is bemutatták). Ez mind a hazai 1–2 napos FX-swap piac esetében így volt (*Banai et al. 2013*), mind a teljes piacból képzett gráfnál ez látható (9. ábra). Ennek egyik oka, hogy sok kis szereplő van a hálózatban, a legaktívabb szereplő szükségszerűen kapcsolatot létesít olyannal is, akinek kevés partnere van. Másrészt viszont fontos figyelembe venni, hogy a hazai devizaswap-piac szempontjából kis szereplők között sok, nemzetközi szinten is jelentősnek számító bank van. Ez a diszasszortatív tulajdonság a hosszabb piacoknál is jellemző (*Newman 2003*), de egyre kevésbé. A negatív meredekségű affinitás függvény az 1 hónaposnál rövidebb szegmensekben még egyértelműen látszik, de az ennél hosszabbaknál már sokkal

homogénebb az átlagos fokszám a partnereknél. Ez arra utalhat, hogy nincs annyira kiemelt szerepe néhány központi szereplőnek.

10. ábra

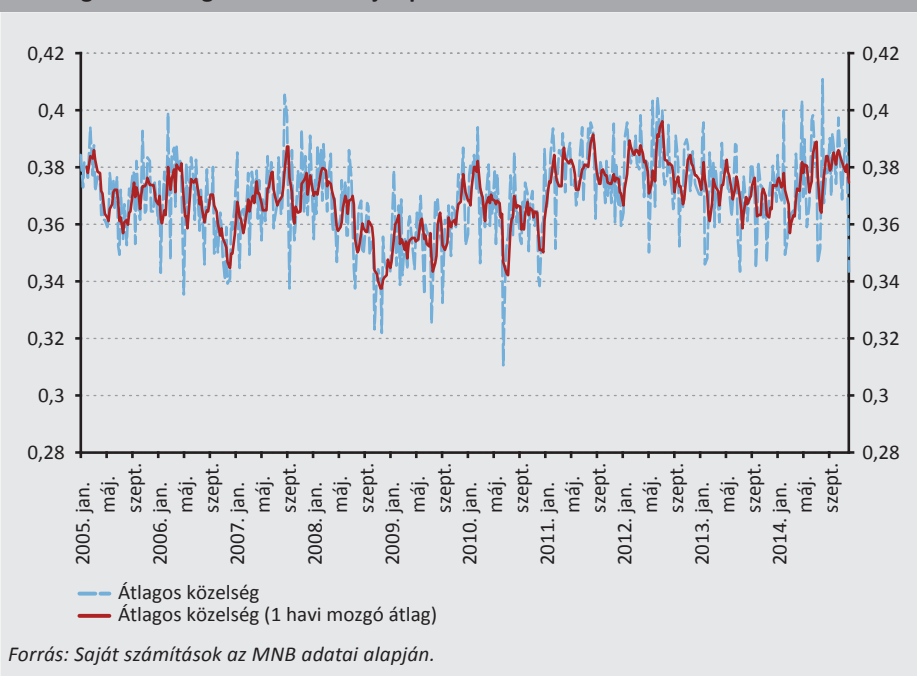
Az átmérő alakulása az egyes részpiacoknál



Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

A hálózat átmérőjének nagysága a sokkok terjedésében meghatározó lehet. Hüvelykujjszabály szerint a társadalmi hálózatokban a kisvilág tulajdonság azt jelenti, hogy az átmérő maximum 6 (*Newman 2003*). Az átmérő időben meglehetősen stabilnak bizonyult az egy-kétnapos FX-swapok piacán. A vizsgált időszakban az átlagos átmérő egy hetes frekvencián 5,2 volt, míg havi frekvencián 4,4 százalék. Ráadásul havi frekvencián a legkisebb felvett érték 4 volt, míg a legnagyobb 5, vagyis a mutató alig változott időben. A hosszabb szegmensek átlagos átmérői 6 körüliek voltak, és a lejárat hosszabbodásával nőttek is (3 nap-1 hó: átlag 5,9, 1 hó-3 hó: 6,1, 3 hó fölött: 6,1). A lejárat növekedése emellett a kilengések nagyságának emelkedését is magával hozta. Olyan zavaros időszakokban, mint 2008 őszén, egyes gráfok átmérője a 10-et is meghaladta (10. ábra). Vagyis egyre kevesebb kapcsolat jött létre a bankok között. Ez természetesen a fertőzés veszélyét csökkenti, ugyanakkor azt is jelenti, hogy egyes bankok nem tudnak megfelelő számú partnerrel ügyletet kötni. Így túlságosan egy-egy partnerre lehettek utalva a hosszabb piacokon.

11. ábra
Az átlagos közelség alakulása a teljes piac esetén

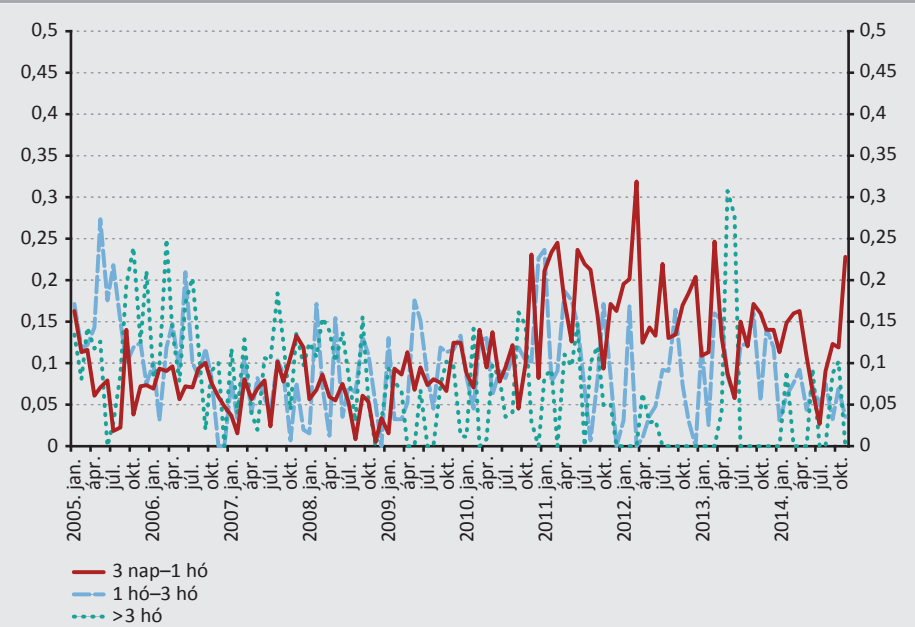


A fedezetlen forint bankközi piac esetében az átlagos közelség mutató reagált leg hamarabb a válságra. Bár meglehetősen magas 0,5 fölötti értékről, de már 2006-ban el kezdett csökkenni, és 2009 elejére már 0,4 körül mozgott (Berlinger *et al.* 2011). Az általunk vizsgált hálózatok mindegyike eltért ettől mind tendenciájában, mind szintjében. A teljes piac gráfjánál azt láthatjuk, hogy a problémákkal egy időben változik a hálózati mutató. 2006 végétől 2008 tavaszáig növekedést láthatunk, majd onnantól csökkenés indul el, amit a Lehman-csőd felerősít. Ebben az esetben tehát még hamarabb indul el a trendváltás, mint az egynapos piacon. A Lehman-csőd körüli nagy csökkenés egybevágott az egynapos piacon látottal, míg a 2010-től látható folyamatos növekedés is. Eltérést a két gráf között főként szintben láthatunk. A teljes piac hálózatánál a legmagasabb átlagos érték a 0,4-et is meghaladja, ami lényegesen magasabb, mint az egynaposnál látott 0,3 körüli maximális érték (11. ábra).

A hosszabb szegmensekben is érzékelhető volt az átlagos közelség csökkenése 2008 őszén (3 nap–1 hó: átlag 0,29, 1 hó–3 hó: 0,2, 3 hó fölött: 0,2). Összességében azonban stabilak voltak az idősorok, nem mutattak lényeges változást. Ez alapján úgy tűnik, hogy inkább a rövidebb szegmensekben volt megfigyelhető a hálózat perifériájának távozása a piacról (Banai *et al.* 2013). A többi szegmensen nem egyértelmű, hogy az adott hálózat szempontjából mennyire fontos szereplők távoztak.

12. ábra

A hosszabb részpiacok átlagos klaszterezettségi együttthatójának alakulása



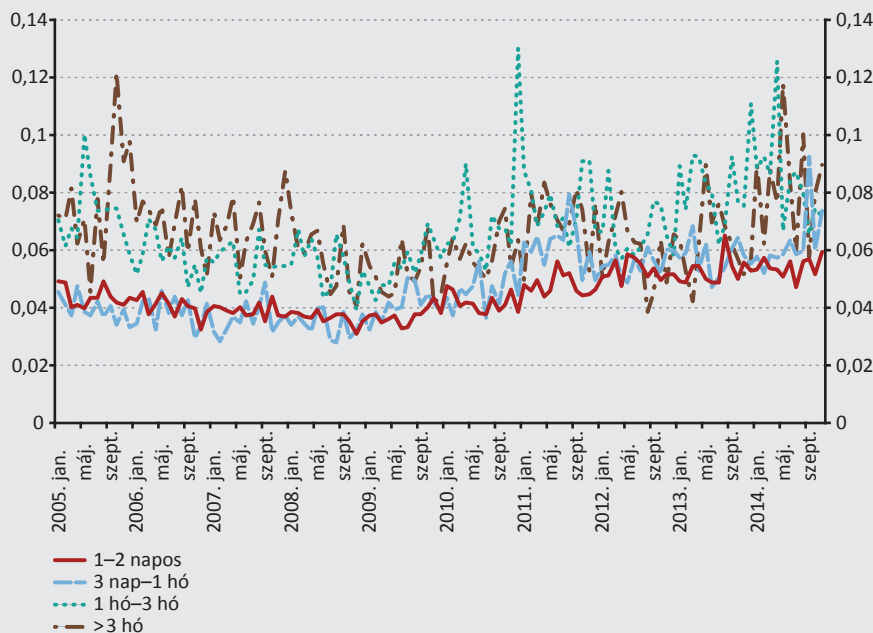
Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

A klaszterezettségi együtttható rendszerszinten és egyedi szinten is stabilitási szempontból fontos mutató. Ennek alakulása jól jellemzi, hogy az adott piac mennyire klikkesedik, mennyire jellemző, hogy egy-egy bank partnerei egymással is kötnek ügyleteket. A vizsgált időszakban a mutató a legfőbb válságeseemények hatására szignifikánsan csökkent. Az egy-két napos piacon a mutató az időszak nagy részében 0,1 és 0,2 között mozgott, míg a mélypontját a Lehman-csőd idején 0,05-nél érte el (Banai et al. 2013).

Az egyre hosszabb szegmenseknél nem meglepő módon csökkent a klaszterezettség (12. ábra). Ez ugyancsak arra utal, hogy egyre jobban megválogatják partnereiket az egyes intézmények, minél hosszabb az ügylet. Az 1 hónapnál rövidebb ügyletek esetén még felfedezhető az egynapos ügyleteknél látott tendencia, miszerint a klaszterezettség nőtt 2010 közepétől, a hosszabb szegmensek azonban máshogy viselkednek. Látható, hogy 1 hónap felett, és különösen 3 hónapnál hosszabb futamidőnél nem ritka a 0 körüli érték sem. Vagyis nem alakulnak ki háromszögek a gráfban, nem jönnek létre klikkek. A klaszterezettségi együtttható arra is utal, hogy a lejárat növekedésével egyre kevésbé jellemzi a gráfokat a kisvilág tulajdonság. Az átlagos klaszterezettségi együtttható átlaga a hosszabb részpiacokon rendre: 3 nap–1 hónál 0,11, 1 hó–3 hónál 0,09, 3 hó fölött pedig 0,07). Ebből a szempontból

tehát a hosszabb piacok közelebb állnak a véletlen gráfhoz. 2008 őszén az összes lejáratú szegmensben megfigyelhető volt a klaszterezettség csökkenése.

13. ábra
A sűrűség alakulása az egyes szegmensekben



Forrás: Saját számítások az MNB adatai alapján.

A hálózat szerkezetének alakulását a sűrűség függvény dinamikája is jól jellemzi. Az 1–2 napos esetben egy hetes frekvencián a mutató egészen 2010 nyaráig relatív stabilitást mutatott. A többi eddig vizsgált mutatóhoz hasonlóan azonban itt is 2010 második fele jelentett fordulóponthoz. A sűrűség szignifikáns növekedésében a kis fokszámú csúcsok kiesése játszhatott fő szerepet. Ilyen esetben ugyanis a létrejövő kapcsolatok száma (a mutató számlálója) alig változik, de a kapcsolódási lehetőségek száma (a mutató nevezője) szignifikánsan csökken. Nincs ez másként, ha az egynapos piacot havi frekvencián vizsgáljuk (13. ábra). A mutató értéke relatív kicsi, 4 százalék körüli (ami nem szokatlan a pénzügyi hálózatoknál). A különböző futamidejű hálózatok sűrűségei egyaránt a Lehman-csőd idején érték el a mélypontjukat, vagyis a lehetőségekhez képest ekkor jött létre a legkevesebb kapcsolat. Ezen túl azonban a hosszabb szegmensek mind szintben, mind lefutásban jelentős eltéréseket mutatnak az egynapos piachoz képest. A legszembetűnőbb, hogy a futamidővel a sűrűség szintben nő. Ez annak tudható be, hogy a méret csökkenése miatt lényegesen kisebb lesz a potenciális kapcsolatok, vagyis a nevező nagysága. Az 1 hónapnál rövidebb

ügyletek esetében még látható egyfajta stabilitás, de 2010-től itt is elindul egy emelkedő trend a mutatóban. Ráadásul sokkal nagyobb a mutató volatilitása, mint a legrövidebb ügyleteknél. A fokozatos emelkedés a vizsgált időszak vége felé a két leghosszabb részpiacnál is igaz volt, de az időszak végére elért szint historikus összehasonlításban itt már korántsem számít olyan magasnak. Vagyis a hálózat méretének csökkenése mellett sem lett különösen magas a létrejövő kapcsolatok aránya annak ellenére, hogy a lehetséges kapcsolatok száma a mérettel négyzetesen nő. Ez is arra utalhat, hogy a hosszabb szegmenseken is gyengült a bizalom.

6. Konklúzió

A 2007-ben induló gazdasági válság során időről időre komoly zavarokat lehetett tapasztalni különböző pénzügyi piacok működésében. Egyes piacok teljesen kiszáradtak, és jegybanksi beavatkozások váltak szükségessé annak érdekében, hogy kiesésük következményeit minél kevésbé szenvedje meg a bankrendszer. A válság sajátossága volt, hogy még a fedezett, FX-swap piacon is komoly zavarokat tapasztalhattunk világszerte. Éppen ezért a jegybanksok folyamatosan kötöttek egymással bilaterális megállapodásokat, ezzel átvéve időlegesen a piac szerepét. Ahogy *Banai és szerzőtársai (2013)* bemutatták az egynapos FX-swap piaccal kapcsolatban, Magyarországon a zavarokat az általánosan használt piaci mutatók (implikált hozam, likviditási indexek, forgalom) mellett a piac hálózati struktúrája is jól mutatta. Az egynapos piac gráfjának szerkezeti sajátosságai a válság alatt esetenként erőteljes változékony-ságot mutattak. A legnagyobb összefüggő rész vizsgálatánál megállapították, hogy erre a piacra is jellemzőek a pénzügyi piacokra általában teljesülő tulajdonságok. Az egynapos FX-swap piac is rendelkezik az úgynevezett kisvilág tulajdonsággal, vagyis elég alacsony lépésszámmal bármelyik csúcsba el lehet jutni bármelyikből. Láthattuk, hogy a hálózat foksámeloszlása hatványfüggvényt követ. A résztvevők nagy része viszonylag kevés kapcsolattal rendelkezik, és csak néhány nagy szereplő van, amelyek igen nagy foksámuak.

Mostani tanulmányunk célja az volt, hogy a hosszabb futamidejű FX-swap ügyletekből képzett hálózatok tulajdonságait is megismerjük (*összefoglaló táblázat a Függelékben*), illetve a teljes piacról is képet kapjunk. Ez az egynapos piacról alkotott képünket is teljesebbé tette. A rövid piacnál az egyik megállapításunk volt, hogy jelentősen csökkent a résztvevők száma, de főként a marginális szereplők aktivitása csökkent. A teljes piac vizsgálatával megbizonyosodtunk arról, hogy ez nem az ügyletek futamidejének nyújtására volt visszavezethető, hiszen a hosszabb piacokon is csökkent a gráfok mérete a válság kezdete után. A leghosszabb piacoknál azonban már nem egyértelmű, hogy milyen szereplők távoztak.

Láthattuk az egynapos piac esetében, hogy a hálózat nem összefüggő napi frekvencián, de még heti frekvencián is vannak leszakadó részek. A hosszabb ügyletek

esetében ez a tulajdonság erősödött, annak ellenére is, hogy havi frekvenciát használtunk. Havi frekvencián sokszor csak a csúcsok 60-70 százaléka alkotott összefüggő komponenst. A leghosszabb, 3 hónapon túli ügyleteknél pedig esetenként csak a szereplők 30 százaléka kapcsolódott össze. A válság során különösen a leghosszabb ügyletek esetében erősödött ez a tulajdonság, ami arra utal, hogy hosszú ügyletet csak az intézmények igen szűk körével mertek kötni az egyes bankok.

Az egynapos piac esetében láthattuk, hogy a hálózat a pénzügyi hálózatokra jellemző kisvilág tulajdonsággal rendelkezik. Ez azt is jelenti, hogy néhány szereplő viselkedésére különösen érzékeny, ami stabilitási szempontból kockázatot jelent (*Albert et al. 1999; Newman 2003*). A hosszabb hálózatok vizsgálatánál ez a kisvilág tulajdonság egyre kevésbé volt jellemző. A 3 nap és 1 hónap közötti ügyletekből alakított hálózatok esetében még egyértelműen igaz volt, de például a 3 hónapnál hosszabb ügyletek gráfja egyre inkább közelített egy véletlen gráfhoz a válság során. A szereplők számának csökkenésével a hálózat egyre kevésbé volt klaszterezett, fokozatosan eltűntek a csoportok. Ez az egymással szembeni növekvő bizalmatlanságra is utalhat.

Tanulmányunkban külön figyelmet szenteltünk a futamidőtől független, teljes piacból képzett hálózatnak. A különböző futamidők szétválasztása indokolt volt az eltérő funkció miatt, de kíváncsiak voltunk, hogy hogyan viselkedett a teljes piac gráfja. A várakozásnak megfelelően az itt látott trendek lekövezték az egynapos piacon látott trendeket, mivel a forgalom döntő része az egy-két napos piachoz kapcsolódik. Ez megerősítette azt a feltételezésünket, hogy érdemes különválasztani részpiacokra a teljes piacot. Így eltérő tendenciákat fedezhettünk fel a különböző futamidejű ügyletek esetében.

Függelék: Az egyes részpiacok gráfjainak összehasonlító táblázata

	1-2 nap	3 nap-1 hó	1 hó-3 hó	>3 hó
Méret (havi gráf)	- minimum 94 végig - átlag 116 „Decoupling” látszik 2008. ősztől csökken - általában >90%	- minimum 50 végig - átlag 73 „Decoupling” nem kivehető 2008. ősztől csökken - általában >90%	- minimum 22 végig - átlag 44 „Decoupling” nem kivehető 2008. ősztől csökken - általában >60% - egyszer lecsökken 40%-ra	- minimum 18 végig - átlag 41 „Decoupling” nem kivehető 2008. ősztől csökken - általában >60% - kétszer lecsökken 30% alá
Legnagyobb összefüggő komponens aránya	általában >90%	általában >90%	- általában >60% - egyszer lecsökken 40%-ra	- általában >60% - kétszer lecsökken 30% alá
Gráf típus	- kisvilág tulajdonságú - fokszámeloszlás hatványfüggvény - legrövidebb út/méter kicsi - legrövidebb út/log(méter) konstans - negatív meredekségű affinitás (diszasszortatív) - átmérő (átlag 5) - tömegfüggvény, rövid utak magas aránya - átlagos klaszterezettség nagy	- kisvilág tulajdonságú - legrövidebb út/méter kicsi - legrövidebb út/log(méter) konstans - negatív meredekségű affinitás (diszasszortatív) - átmérő (átlag 6) - tömegfüggvény, rövid utak magas aránya - átlagos klaszterezettség nagy, bár kisebb, mint az 1-2 napos esetben	- kevésbé kisvilág - legrövidebb út/méter alapján a rács gráfhoz áll közelebb - átlagos klaszterezettség alapján a véletlen gráfhoz áll közelebb	nem kisvilág tulajdonságú
Válság hatása	2007 nyarán és 2008. ősszel csökkent a foksám - megnőttek a távolságok (legrövidebb út, átmérő, tömegfüggvény, átlagos közelség) - csökkent a klaszterezettség 2008. ősszel csúcsok száma csökkent 2009-ben a pénzáramlás iránya megváltozott belföld-külföld között	2008-tól kisebb és sűrűbb a gráf 2008. ősszel a távolságok megemelkedtek (legrövidebb út, átmérő, tömegfüggvény, átlagos közelség)	2007 nyarán és őszén átmérő megnőtt	2008 őszén a távolságok megnőttek - az átlagos foksám és tömegfüggvény már 2007-től növekszik 2010-ben a pénzáramlás iránya megváltozott belföld-külföld között
Periférián lévő szereplők leválása	- kivehető - méter - foksám - legrövidebb út - tömegfüggvény - átlagos közelség - átlagos klaszterezettség 0-s és 1-es klaszterezettségű csúcsok - sűrűség	- kivehető - méter - foksám - legrövidebb út - tömegfüggvény - átlagos közelség - átlagos klaszterezettség 0-s és 1-es klaszterezettségű csúcsok - sűrűség	- kivehető - korábban jelentkezik (2008 vége-2010 vége)	nem vehető ki

Felhasznált irodalom

- Albert, R. – Jeong, H. – Barabási, A. L. (1999): *Error and attack tolerance of complex networks*. Nature, Vol. 406, pp. 378-382.
- Balogh Csaba – Gábrriel Péter (2003): *Bankközi pénzpiacok fejlődésének trendjei*. Magyar Nemzeti Bank Műhelytanulmányok 28. szám, 2003. november.
- Banai Ádám – Király Júlia – Nagy Márton (2010): *Az aranykor vége Magyarországon, Külföldi szakmai és lokális tulajdonú bankok – válság előtt és válság után*. Közgazdasági Szemle, 57. évf. 2. sz.
- Banai Ádám – Kollarik András – Szabó-Solticzky András (2013): *Az egynapos FX-swap piac topológiája*. Magyar Nemzeti Bank Tanulmányok 108., 2013. november.
- Barabási, A. L. – Albert, R. (1999): *Emergence of Scaling in Random Networks*. Science, Vol. 286.
- Bech, M. L. – Atalay, E. (2008): *The Topology of the Federal Funds Market*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, 354. szám 2008. november.
- Bergsten (2008): <http://blogs.ft.com/economistsforum/2008/07/trade-has-saved-americafrom-recession/>
- Berlinger, E. – Michaletzky, M. – Szenes, M. (2011): *A fedezetlen bankközi forintpiac hálózati dinamikájának vizsgálata a likviditási válság előtt és után*. Közgazdasági Szemle, 58. évf. 3. sz.
- BIS (1998): *Report on OTC Derivatives: settlement procedures and counterparty risk management*. CPSS Publications 27. szám, 1998. szeptember.
- Cocco, J.F. – Gomes, F.J. – Martins, N.C. (2003): *Lending relationships in the interbank market*. (<http://ssrn.com/abstract=568704i>.)
- Csávás Csaba – Kóczán Gergely – Varga Lóránt (2006): *A főbb hazai pénzügyi piacok meghatározó szereplői és jellemző kereskedési stratégiái*, Magyar Nemzeti Bank Tanulmányok, 54. szám.
- Csávás Csaba – Szabó Róbert (2010): *A forint/deviza FX-swap szpredek mozgatórugói a Lehman-csőd utáni időszakban*, Hitelintézeti Szemle 2010. 6. szám.
- Erdős P. – Rényi, A. (1959): *On Random Graphs. I*, Publicationes Mathematicae 6: 290–297.
- Fábián Gergely – Mátrai Róbert (2012): *A nemkonvencionális jegybanki eszközök magyarországi alkalmazása*, MNB-Szemle 2012. június.
- Iazzetta, I. – Manna, M. (2009): *The topology of the interbank market: developments in Italy since 1990*, Banca d'Italia Working Papers 711. szám, 2009. május.
- Iori, G. – De Masib, G. – Precupc, O. V. – Gabbid, G. – Cadarelli, G. (2008): *A network analysis of the Italian overnight money market*, Journal of Economic Dynamics & Control 32. szám, 259-278. old.

- Lublóy Ágnes (2006): *Topology of the Hungarian large-value transfer system*. Magyar Nemzeti Bank Tanulmányok, 57. szám.
- Markose, S. – Giansante, S. – Gatkowsk, M. – Shaghghi, A. R. (2010): *Too Interconnected To Fail: Financial Contagion and Systemic Risk In Network Model of CDS and Other Credit Enhancement Obligations of US Banks*. COMISEF Working Paper 033. szám.
- Newman, M. E. J. (2003): *The Structure and Function of Complex Networks*. SIAM Review 45. szám, 167-256.
- Páles Judit – Kuti Zsolt – Csávás Csaba (2010): *A devizaswapok szerepe a hazai bankrendszerben és a swappiac válság alatti működésének vizsgálata*, Magyar Nemzeti Bank Tanulmányok, 90. szám.
- Páles Judit – Varga Lóránt (2008): *A magyar pénzügyi piacok likviditásának alakulása – mit mutat az MNB új aggregált piaci likviditási indexe?*, MNB-Szemle 2008. április.
- Pető Rita – Békési László (2009): *Az Európai Unió grafológiája: az Európai külkereskedelem elemzése a gráfelmélet segítségével*, Tudományos Diákköri Konferencia dolgozat.
- Soramäki, K. – Bech, M. L. – Arnold, J. – Glass, R. J. – Beyeler, W. E. (2006): *The Topology of Inter-bank Payment Flows*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, 243. szám.
- Watts, D. J. – Strogatz, H. S. (1998). *Collective dynamics of 'small-world' networks*. Nature, Vol. 393, No. 6684.